

# Toets Quantum Fysica II

Olaf Scholten  
Kernfysisch Versneller Instituut  
NL-9747 AA Groningen

18 mei 1999

## Opgave 1

Twee deeltjes met ieder een massa  $m$  bewegen op een cirkel met straal  $a$ . De Hamiltoniaan voor één deeltje  $j$  is

$$H_j = \frac{-\hbar^2}{2ma^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_j^2}, \quad 0 \leq \phi_j < 2\pi,$$

met als eigenfuncties en energieën

$$\psi_n(\phi_j) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{in\phi_j}, \quad E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{2ma^2},$$

waarbij  $n$  geheel is. De twee deeltjes Hamiltoniaan is nu

$$H = H_1 + H_2.$$

a. Geef de eigenfuncties en eigenwaarden voor het twee deeltjes probleem.

Op  $t = 0$  is de twee-deeltjes golffunctie gegeven door

$$\psi(\phi_1, \phi_2, t = 0) = \sqrt{\frac{2}{3\pi^2}} \cos^2(\phi_1) e^{i\phi_2}$$

b. Geef de golffunctie voor  $t > 0$ .

c. Op  $t = T$  wordt de energie gemeten. Geef de mogelijke uitkomsten en kansen.

## Opgave 2

Een deeltje bevindt zich in een genormeerde toestand

$$\psi(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} + \frac{1}{\sqrt{18}} \left[ -iY_{1,1}(\theta, \phi) + \sqrt{7}Y_{1,0}(\theta, \phi) + Y_{1,-1}(\theta, \phi) \right].$$

a. Welke waarden van  $L^2$  kunnen gemeten worden?

b. Wat is de verwachtingswaarde van  $L^2$ ?

c. Welke waarden van  $L_z$  kunnen gemeten worden?

d. Wat is de verwachtingswaarde van  $L_z$ ?

e. Geef de genormeerde golffunctie als uit de meting blijkt dat  $L_z = 0$ .